

❖ 运输路线

四个城市 A, B, C 和 D 位于一个 $15 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ 的矩形的角上, 它们由一个笔直的公路组成的网络相连, 如图 1 所示, 一运输公司希望派出一辆卡车沿一条路线传送货物, 此路线可以使其从任一城市到达任意另外的城市. 能达到这个目的的最短路线有多长? 证明答案.

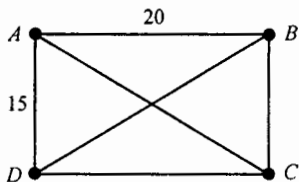


图 1

解 假定我们有一路线满足条件, 当然卡车必须去每个城市至少一次, 事实上, 不去二次的城市至多只有一个, 如果有两个这样的城市在它们之间可以只需沿单向送货, 由此推出卡车必须至少停七次(起点和终点算在内), 所以它必须走至少六段路.

因为可以从 A 送货到 B , 整个路程的某一段在地图上从左向右穿过, 所以其长度大于等于 20 km . 类似地至少有一段路程从右到左, 而它的长也是大于等

于 20 km. 我们知道整个路程至少有六段, 而且其中二段之和至少长达 40 km. 当然, 其余每一段(其中至少四段)至少有 15 km, 所以整个行程必大于等于 $2 \times 20 + 4 \times 15 = 100$ km.

这里有一个满足要求的 100 km 的线路: *ADCBCDA*. 我们已证明, 再没有更短的了.