

## ❖ 上下电梯

设电动楼梯不开动时,某人上楼梯的速度和下楼梯的速度都是常数,且上楼梯的速度大于下楼梯的速度,而下楼梯的速度又大于电动楼梯的速度(上行和下行时也都是常数).若此人在上行电动楼梯开动时,由上向下行走到底,再由下向上行走到顶;此人再在下行电动楼梯开动时,由上向下行走到底,再由下向上行走到顶.上面两种情形,哪一种更快?

**解** 此人在向下运动的电动楼梯上来回要快于在向上运动的电动楼梯上来回.

为了证明这点,我们记此人在下行、上行的速度分别为  $a, b$ . 记电动楼梯的运动速度为  $v$ . 于是此人在往下运动的电动楼梯上往下走的速度为  $a + v$ , 往上走的速度为  $b - v$ ; 在往上运动的电动楼梯上往下走的速度为  $a - v$ , 往上走的速度为  $b + v$ . 不妨设电动楼梯的长度为 1, 于是此人在往下运动的电动楼梯上来回的时间为

$$\frac{1}{a+v} + \frac{1}{b-v}$$

在往上运动的电动楼梯上来回的时间为

$$\frac{1}{a-v} + \frac{1}{b+v}$$

由题设有  $b > a > v$ , 今

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{a+v} + \frac{1}{b-v} \right) - \left( \frac{1}{a-v} + \frac{1}{b+v} \right) = \\ & \frac{1}{a+v} - \frac{1}{a-v} + \frac{1}{b-v} - \frac{1}{b+v} = \\ & \frac{-2v}{a^2-v^2} + \frac{2v}{b^2-v^2} = \frac{2v(a^2-b^2)}{(a^2-v^2)(b^2-v^2)} < 0 \end{aligned}$$