

5 数学在艺术中的应用

近数十年来，在我国和欧美许多国家出现了一种应用数学方法研究艺术的思潮。数学与艺术究竟有什么联系？数学又如何用之于艺术？本篇仅就数学与音乐、数学与绘画略予叙述。

5.1 数学与音乐

音乐是心灵和情感在声音方面的外化，数学是客观事物高度抽象和逻辑思维的产物。那么，“多情”的音乐与“冷酷”的数学也有关系吗？我们的回答是肯定的。甚至可以说音乐与数学是相互渗透。互相促进的。请看下面的事实：

孔子说的六艺“礼、乐、射、御、书、数”，其中“乐”指音乐，“数”指数学。即孔子就已经把音乐与数学并列在一起。

我国的七弦琴（即古琴）取弦长 $1, 7/8, 5/6, 4/5, 3/4, 2/3, 3/5, 1/2, 2/5, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8$ 得所谓的 13 个徽位，含纯率的 1 度至 22 度，非常自然，是很理想的弦乐器。我国著名古琴家查阜西早就指出，要学好古琴，必须对数学有一定素养。

世界著名波兰作曲家和钢琴家肖邦很注意乐谱的数学规则、形式和结构，有位研究肖邦的专家称肖邦的乐谱“具有乐谱语言的数学特征”。

1731 年大数学家欧拉写成专著《建立在确切的谐振原理基础

上的音乐理论的新颖研究》，是一本力作，在数学和音乐两方面都下了不少功夫，以致使后世有些专家认为，这本书对数学家“太音乐化了”，而对音乐家又“太数学化了”，还有数学家昂哈德·尤勒也曾写过《关于和谐音与整数的关系》的论文，表现了数学家对音乐的关心和研究。

1970年我国著名琵琶演奏家刘德海决心运用“优选法”，寻找在琵琶每根弦上能发出最佳音色的点，不久，华罗庚教授用数学方法帮助他解决了这一难题，在弦长的 $1/12$ 处，弹出的声音格外优美动听。1980年5月在全国琵琶演奏会上，几十位演奏家听了“最佳点”的演奏后，都认为数学与音乐之间可能有一种深奥的内在联系。

1952年12月在武汉召开的全国聂耳、冼星海作品研讨会上，武汉音乐学院院长童忠良宣读了一篇引人注目的论文，题为《义勇军进行曲的数列结构》，该文整个建立在数学理论上，先后讲述了黄金分割、华罗庚的 0.618 （优选法）、菲波那契数列，并据此分析了《义勇军进行曲》的曲式结构，从而提出了一种突破传统式结构理论的观点，即其文所称的“长短型数列结构”体制。该文引起的轰动不仅在于聂耳的杰作及论文本身的新颖，更在于引起音乐工作者的思考：要改变自身的知识结构，需要充实一些科学知识，包括数学知识。

数学的抽象美，音乐的艺术美，经受了岁月的考验，相互的渗透。如今，有了数学分析和电脑的显示技术，眼睛也可辨别音律，这些成就是多么激动人心啊！对音乐美更深的奥秘至今还缺乏更合适的数学工具加以探究，还有待于音乐家和数学家今后的合作和努力。

5.2 数学与绘画

在数学与绘画之间，似乎没有明显的相似之处，但数与形的概念可以上溯至远古的石器时代。数（shù）起源于数（shǔ），先民们把现实对象（野牛、野猪、羊、鹿……）的轮廓线抽象出来绘在壁上，并用代表不同意义的符号记录牲畜的头数和发生的各类事情，这些原始绘画和记号已具有几何对称的特征和一定的数的意义。

怎样在二维的平面画布上，反映三维空间的实体？自古以来成了画家的难题。1435年阿尔伯特写作《绘画论》一书，其主要观点是艺术的美应与自然相符，数学是认识自然的钥匙，他希望画家通晓全部自由艺术，更希望他们着重精通几何学。因此，这本书的理论基本是论述绘画的数学基础——透视学。从而得出：“远小近大，远淡近浓，远低近高，远慢近快”的一些定性的结论。意大利文艺复兴时期的著名画家达·芬奇利用数学原理，通过对透视理论的研究，使素描艺术达到前所未有的发展，成为闻名于世的一代艺术宗师。他说：“任何人的研究，如果没有经过数学的证明，就不能认为是真正的科学。”

我国绘画大师徐悲鸿说得好：“艺术家与数学家同样有求实的精神，研究科学，以数学为基础；研究美术，以素描为基础。”而素描又是以透视学（数学）为基础的。

从抽象派艺术大师毕加索的不少作品中，可以看到几何图形描绘对象的手法，把形体变成由重叠的或透明的几何面块所组成的抽象构图。

有趣的是由荷兰著名画家埃舍尔创作了一个三维空间不可能的图形（如图 5-1），却被作为 1981 年在奥地利举行的第 10 届国际数学大会的会标。画家也是几何学家，是有意不遵守透视学等基本原理而造成错觉，致使画中谬误百出、引人发笑，他的作品以其深刻的数学、物理含义得到科学家的敬重。



图 5-1

近代计算技术已将数学与美术这两者紧密地结合起来，从而形成了一门崭新的边缘学科——数学美术学。1980 年当计算机的图形功能日趋完善的时候，数学公式所具有的美学价值被曼德布尔鲁斯所发现，这就打开了数学美术宝库的大门，使常人也有幸目睹了数学公式所蕴藏的美学内涵。由一些简单的数学公式经过上亿次迭代计算所产生的数学美术作品，美在似与不似之间，从而为观众留下了丰富的想像余地。

如今，电脑还可以当场临摹实物或作品，并可根据实物自行改变大小进行组合形成局部图案，再自动拓展设计出复杂的图案，广泛用于印染、针织、装潢，巧妙鲜艳，为使用一般调色板的画家望尘莫及。20 世纪末一门新的艺术形式——电脑美术出现了，它的产生为许多领域的艺术创作拓广了新的空间。许多复杂的绘制过程和难以得到的视觉效果，在电脑中变得轻而易举，它不仅极大地丰富了当代视觉艺术世界，而且有助于人类精神与情感的沟通。