

29 莫比乌斯带与克莱茵瓶

自从德国数学家莫比乌斯于 1848 年创造出“莫比乌斯带”，至今已有 150 余年的历史了，但“莫比乌斯带”的性质依然令人迷茫，并刺激着人们的想像。许多数学家和数学爱好者经常“品玩”着莫比乌斯带，甚至连科学家、艺术家、作家都用莫比乌斯带来检验着自己的想像力。

莫比乌斯带是用一张长方形的纸条扭转半圈并将端头粘接在一起的（如图 29-1）。

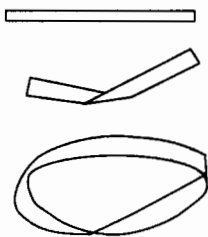


图 29-1

29.1 神奇莫测的莫比乌斯带

以下列举的莫比乌斯带的性质，您都可通过自己动手来验证的。

(1) 一枝铅笔沿着莫比乌斯带子表面的中线描出一条线，如果您笔不离纸，您将发现画出的线可与起始画出的线接上头。这说明莫比乌斯带只有一个面，是单面的。

(2) 在莫比乌斯带的边缘作一个“V”的刻痕，然后从这

一点开始用手指沿着边缘轻快地移动，如果您手指没有离纸，您将发现手又回到原来的“V”形刻痕处。这说明莫比乌斯带只有一个边缘。

(3) 如果将一条长方形纸条扭转一周，并将端点粘接在一起，您将会发现这是一个有两个面，但只有一个边缘的环。

(4) 将三条宽度相等的纸带合在一起（中间的一条两面都涂上颜色），同时扭转半圈，然后将它们的端头依次胶结在一起，这样就变成“三层的莫比乌斯带”了(如图 29-2)。然而当您松开该模型时，结果发现是两个环，一个是涂色的环，其长度与原莫比乌斯带的长度相同，另一个长度却是莫比乌斯带的两倍。

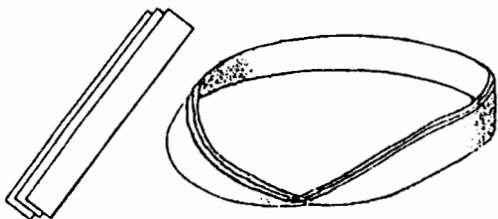


图 29-2

(5) 取一条宽的纸带，在它的中央和两侧都涂上一条色带，色带的宽度为带子宽度的三分之一，然后将其扭转半圈并将端头交接在一起(如图 29-3)，然后用剪刀沿着色带的两边剪开，发现得到的是与(4)同样的结果。

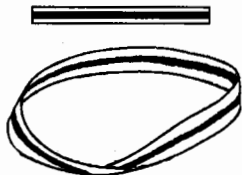


图 29-3



图 29-4

(6) 取两张叠在一起的长方形纸条，把它们同时扭转半圈，然后把端头胶结在一起，整个看起来像是两条紧贴在—起的莫比乌斯带。然而当您手指放在带层中间移动时，发现它们并非“紧假”在一起的“双层”圈（如图 29-4），而是一个扭转了四个半圈的环。“双层”莫比乌斯带也只有一个边缘，将“双层”莫比乌斯带沿着它的中间剪下，结果会得到两个连着的环。

(7) 莫比乌斯带可用于获得进入“高维空间”的通路，因为一个绕着它行走的人会转回到他原来的出发点，但此时人却是颠倒的。设想一只蜘蛛开始时沿着“双层”莫比乌斯带的地板爬行，当它回到出发点时，它将在“天花板”上，而要回到“地板”，则必须再绕着走上一圈。

(8) 如果您按图 29-5、图 29-6 构造出两个纸的模型，并沿着图中的点画线把它们剪开，那么其中的一个将变成正方形，而另一个则形成两个套着的环。



图 29-5



图 29-6

29.2 莫比乌斯带与克莱茵瓶

如果将两条莫比乌斯带的边缘接在一起，它们将形成著名的克莱茵瓶，或将克莱茵瓶沿着纵方向剪开，会形成两条莫比乌斯带（如图 29-7、图 29-8）。



图 29-7



图 29-8

克莱茵瓶是由德国大数学家克莱茵设计而得名的。这种模型是一种只有单面的特别的瓶子，它只有外部而没有内部，它穿过自己。如果往里注水，那么水恰好从一个洞口溢出，克莱茵瓶同样也是一个令人感兴趣的模型。

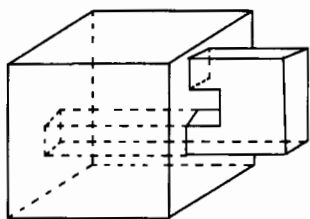


图 29-9

下面是类似于克莱茵瓶的模型，它只有一个面（单面）（如图 29-9），若将这个模型剪成两半，可观察它所生成的两个莫比乌斯带。

29.3 莫比乌斯带的影响

莫比乌斯带的影响首先表现在它的应用方面：

莫比乌斯带作为汽车风扇或机械设计的传送带，在工业上有着特殊的重要性。因为它比传统的传送带，在磨损和撕裂方面，表现得更均匀，因而使用寿命更长。

一条记录声音的莫比乌斯带已由弗利斯特于 1923 年设计出来，同样的思路也用于录像带。

莫比乌斯带的影响不仅表现在它的应用方面，而且也渗透

到艺术中：

一座钢制的莫比乌斯带雕塑坐落在华盛顿地区的史密斯历史和技术博物馆。

艺术家埃舍尔把莫比乌斯带用于他的木刻画《莫比乌斯带I》和《莫比乌斯带II》。

莫比乌斯带还用于邮票、绘画或杂志的封面（如《纽约州人》中）。

莫比乌斯带的概念还用于一些小说中：

如在《星际航行，下一代》中的情节“时间方块”中，就用上了莫比乌斯带的概念。在那里莫比乌斯带被用在时间上，“事业号”飞船进入了一个特殊的时间带，这个时间带就像莫比乌斯带一样，使他们陷入了一个无尽的同时顺序的重复，直到船长发现了一种解答为止。可以看出数学为科普作家提供了丰富的思想。

莫比乌斯带，它多么简单，然而又极度深刻。它有那么多工业、技术上的美妙应用，同时又给了艺术家和文学家那么新奇的想像。因此我们说，莫比乌斯带是科学的艺术形象，也是艺术形象的科学。