

2 黄金分割

2.1 美妙的黄金分割

公元前 500 年，古希腊学者发现了“黄金”长方形，即长方形的长和宽之比为 1.618 最佳（即看起来令人赏心悦目），这个比叫做黄金分割比。1.618 的倒数的近似值即为 0.618，这个数被称为黄金分割数，1.618 这个比例值于 1854 年由德国的美学家蔡辛正式定为“黄金分割律”。

这个美妙的比例实质上是将一条单位长的线段分成两段，使 $\frac{\text{全段}}{\text{大段}} = \frac{\text{大段}}{\text{小段}}$ ，这就是众所周知的分线段为中外比。

设大线段长为 x ，则小线段长为 $1-x$ ，于是有 $\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$ ，解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ，取其正值 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ 。

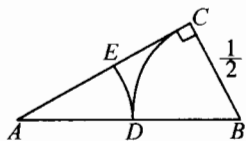


图 2-1

中外比（黄金分割比）的作图并不难，如图 2-1，只需取一个直角三角形，它的两条直角边分别为 1 与 $\frac{1}{2}$ ，则斜边为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，再将它减去 $\frac{1}{2}$ 的直角边长，得 AD ，然后在 AC 上取 $AE = AD$ ，则点 E 分线段 AC 为中外比（黄金分割比）。

2.2 建筑丰碑与“黄金比”

人类对“黄金分割比”（简称“黄金比”）的应用，可上溯到4600年前埃及建成的最大的胡夫金字塔，该塔高146米，底部正方形边长为232米（经多年风蚀后，现在高137米，边长227米），两者之比为 $0.629 \approx 5:8$ ；在2400年前，古希腊在雅典城南部卫城山冈上修建的供奉庇护神雅典娜的帕特农神殿，其正立面的长与宽之比为黄金比；于1976年竣工的加拿大多伦多电视塔，塔高553.3米，而其七层的工作厅建于340米的半空，其比为

$$340:553 \approx 0.615 \approx 8:13$$

无独有偶，这三座具有历史意义的不同时期的建筑，却约而同地用到了黄金比，这也许是由于黄金分割比具有非常悦目的美，能使建筑物看来和谐、协调之故吧！

2.3 人体也有黄金分割点

意大利数学家菲披斯曾注意到数学界不屑一顾的“冷门”——人体的黄金分割。他说一般人在人体肚脐上下的长度比值为 $0.618:1$ 或者与此相近，这是人体上下结构的最优数字。此外，他发现人体结构还有三个黄金分割点，上肢的分割点在肘关节，肚脐以下部分的分割点在膝盖，肚脐以上部分的分割点在咽喉。如果一个人各部分的结构比都符合黄金分割律，便是最标准的体型。这一发现为评价体型优劣提供了科学依据。

2.4 随处可见的黄金分割比

在现代，黄金矩形的造型已深入到家家户户，如写字台的桌面，墙上的挂历、信封，过滤嘴烟盒，单卡收录机，图书室的目录卡……几乎都是黄金矩形，这说明人们对黄金矩形的偏爱。

在自然界，树的一枝上各叶片按螺旋形上升的距离刚好按黄金比排列，因为这种排列叶片的受光效果最好。从而可启发建筑师设计出使房间接受阳光最充足的新颖高楼大厦。据说有经验的报幕员，不是站在舞台的正中报幕，而是在舞台左边或右边的三分之一处（接近黄金分割点）报幕，这样可取得最佳剧场效果。

这“神奇的黄金分割律”为什么能使得艺术家和数学家都对它“情有独钟”呢？其魅力究竟何在呢？古希腊哲学家、数学家柏拉图说：“美就是恰当。”法国哲学家、数学家笛卡儿说：“美是一种恰到好处的协调和适中。”先哲们的说法，也许就是恰当的解释。