16 诗中的数学意境

在数学家的眼里，很多事情都包含着数学。在我国的一些古诗名句中，也能找到一种数学意境，让人遐想，让人品味。

16.1 大漠孤烟直，长河落日圆

这是唐代诗人王维在《使至塞上》中的绝唱，描绘了一幅空阔、荒寂的塞外黄昏景象。但数学家将那荒无人烟的戈壁视为一个平面，而将那从地面升起直上云霄的如烟气柱，看成是一条垂直于地面的直线。因此，“大漠孤烟直”在数学家的眼中便成了一条垂直于平面的直线（如图 16-1）；而那远处横卧的长河被视为一条直线，临近河面逐渐下沉的一轮落日被视为一个圆，“长河落日圆”在数学家的眼中便是一个圆切于一条直线（如图 16-2)。

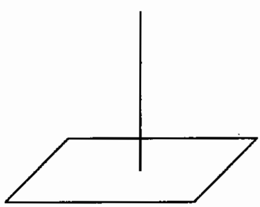

图 16-1

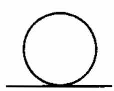

图 16-2

16.2 孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流

这是李白在《黄鹤楼送孟浩然之广陵》中的名句。当我们在理解无穷小量是以零为极限的变量时，如果在脑海中能出现

一幅“一叶孤舟随着江流远去，帆影在逐渐缩小，最终消失在水天一际之中”这样的图景，数学概念也就融合在这美的诗意中了。

16.3 会当凌绝顶，一览众山小

诗人杜甫在 28 岁时曾游览过山东。遥望泰山，他浮想联翩，写下了一首《望岳》，这是其中的两句。意思是说“如果登上了泰山的顶峰，居高临下，周围的群山也就变得渺小了”。即所谓“站得高，才能看得远”。

我们数学教师也应站得高一些。如小学教师应懂得中学数学，中学教师应懂得一些高等数学。以高等数学去审视初等数学，将会对初等数学概念的内涵和外延理解得更深刻，会对初等数学结构的内在联系搞得更清楚。

16.4 随风潜入夜，润物细无声

这是诗人杜甫的《春夜喜雨》“好雨知时节，当春乃发生，随风潜入夜，润物细无声”中的后两句。意思是说“夜幕降临，那细细的雨丝，随着春风渐渐飘洒，点点滴滴地奉献给大地，悄然无声地滋润着万物”。

作为一名数学教师，他的一举一动，一言一行，乃是“言传身教”，对学生起着一种潜移默化的作用。因此，数学教师除了有健康的情感、高尚的品德外，还要有丰富广博的知识和出众的才能，这是引导学生获取知识和培养他们创造力的必要保证。

杜甫诗意画：随风潜入夜，润物细无声。

取自文载道编《小学生古诗词朗读阶梯》。

16.5 不识庐山真面目，只缘身在此山中

这是苏轼的一首七绝《题西林壁》中的后两句。意思是说“为什么总看不清庐山真面目呢？恐怕只是因为身在此山中的缘故吧！”后两句诗道出了“当局者迷，旁观者清”这一深刻的哲理。

我们学数学既要深入钻研数学的内容，也要能跳出一般数学原有的框架，“冷眼旁观”，才能理解和感受到数学的本质和真正的价值。如数学史上三次“数学危机”（第一次是无理数的出现，第二次是微积分理论基础的不严密性，第三次是集合论中悖论的出现）之所以产生，就是因为人们被原有的数学构架框框所束缚而导致的。然而，每当数学危机解决后，便将数学发展向前推进了一大步。

16.6 横看成岭侧成峰，远近高低各不同

这是苏轼的七绝《题西林壁》诗中的前两句。意思是说“正看庐山，高岭横空；侧看庐山，峭拔成峰，远近高低，形象各异”。

我们观察事物，如果所处的立场不同，观察到的结果也会不同。我们思考处理某一个数学题，如果从某一角度用某种方法解决难以奏效时，不妨换一个角度去观察，换一种方法去处理便有可能“迎刃而解”。

如解方程　　$x^3-2\sqrt{2}x^2+2x-\sqrt{2}+1=0$

这是一个三次方程，但在现行中学教材中，未介绍解一般

苏轼诗意画：不识庐山真面目，只缘身在此山中。

取自文载道编《小学生古诗词朗读阶梯》。

三次方程的方法，难以求解。如果我们换一个角度（已知和未知互易）去考虑，即将$\sqrt{2}$看做“未知数”，而将 x 看成“已知数”，则将原方程整理成

$$x(\sqrt{2})^2-(2x^2+1)\sqrt{2}+(x^3+1)=0$$

解得$\sqrt{2}=x+1$ 或$\sqrt{2}=\dfrac{x^2-x+1}{x}$（$\because x\neq0$），故得：

$$x_1=\sqrt{2}-1,\quad x_{2,3}=\frac{\sqrt{2}+1\pm\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}$$

16.7 欲穷千里目，更上一层楼

唐代诗人王之涣在《登鹳雀楼》诗中为我们留下了“欲穷千里目，更上一层楼”的不朽名句。意思是说“要想看到千里远，就得再登上一层高楼”。

现在，我们以数学家的眼光就诗中的数字作一个数学计算，即“欲看到千里之远，登上一层楼够不够？到底需登上几层楼？”

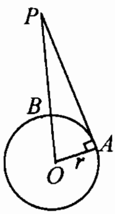

图 16-3

我们把地球近似看成是球体（如图 16-3），PA 为视线，则 PA 与球面相切于点 A，于是有 $OA\perp PA$，且有 $PA=1000$ 里 $=500$ 公里。地球半径 $R=OA=6370$ 公里，设楼高 $PB=x$ 公里，则在Rt$\triangle AOP$中，由 $PO^2=OA^2+PA^2$，有$(x+6370)^2=6370^2+500^2$。解这个方程并舍去负根，得 $x\approx19.6$ 公里。显然要建成一栋 19.6 公里高的楼是不可能的。如果按每层 3.2 米计算，则有 $19600\div3.2=6125$（层），故知“欲穷千里目，需上 6125 层楼”才行。