

# 15 数学灵感与数学发现

## 15.1 灵感与数学灵感

我国著名科学家钱学森说：“灵感，也就是人在科学或艺术创作中的高潮，突然出现的、瞬时即逝的短暂思维过程。”唯物论者也承认灵感，但它不是上帝的恩赐，而是人们在实践活动中逐步形成或培养出来的一种不同常人的高效率、大跨度创造性思维的表现。灵感是紧张的创造性活动和长期艰苦劳动的结果。

数学灵感是人脑对数学对象结构关系的一种突发性的领悟。在解答数学难题时，通常会遇到这样的情况：尽管从多角度、用各种方法去进行探索，但百思不得其解。可正在“山穷水尽疑无路”之际，灵感出现了，从而创造了“柳暗花明又一村”的美的境界。

## 15.2 灵感产生的特征

### 1. 突如其来，转瞬即逝

数学思维中灵感的出现，往往是突如其来。如机关的触发、空中的闪电、夜晚的流星，在人脑的“屏幕”上留下痕迹也是短暂的、转瞬即逝的，但却使人茅塞顿开。灵感的闪现，是迸发出的智慧的火花。如果不及时记录留下，就会“时若丢失，机不再来”。

## 2. 只能意会，难以言传

灵感的产生，不是按照通常的三段论演绎逻辑推理而得，也不受形式逻辑的约束。但常是原有逻辑程序的简化和压缩，或者是违背了原有的逻辑和程序。正是这种不受已有理论框架和逻辑规则约束而闪现的灵感，往往表现出其创造性。思维者对这种来之突然，无法作逻辑解释的灵感，往往是“只能意会，难以言传”的。真所谓“妙微心会，实情难与君说”。

## 3. 模糊隐约，雾中之花

数学灵感的闪现，是数学知识本身的信息与经验方法的信息和新课题信息的交融，是潜意识与显意识的突然接通，而这些信息映入“脑屏”上的图像却是模糊的，如雾中之花。

我们为了攻克某个问题，最初只有一种朦胧的感觉。再查阅有关的资料，并利用可能的手段去试图解决问题，尽管加深了对问题的理解和认识，尽管有着浓厚的兴趣和解决问题的强烈愿望，却仍然碰壁了。于是只好去休息、去闲庭信步、去野外郊游，或与思维活跃者相互交谈。在各种信息的交融中，在不知不觉中，思维豁然开朗，灵感突然涌现。兴奋之际，及时记下也许只有自己能看得懂的一些符号，然后修改整理成文。

## 4. 积之在平日，得之在俄顷

灵感是在长期思索的基础上，经过量的积累而引起质的飞跃。当研究某个问题冥思苦想以至到了“衣带渐宽终不悔，为伊消得人憔悴”仍不得其解时，“蓦然回首”，却发现“那人却在灯火阑珊处”。一种轻松、兴奋之情，难以言表。由此可见，瞬时的灵感

是以必要的知识储备和长期持续的研究作为基础的，是艰苦劳动在思维中产生突变的结果，而不是什么“神灵”的赐予。

## 15.3 数学家的灵感与数学发现

灵感与创造思维、灵感与数学发现究竟有何联系？我们可看看下面几位数学家的数学灵感与数学发现的情况：

法国数学家笛卡儿，早就有把相互独立的代数与几何结合起来的愿望，经过长时期的思考，但未找到合适的方法。1619年随军服务时他仍在思考。11月9日，在多瑙河畔的诺伊堡，他几天来整日沉迷在思考之中而不得其解，入睡后连作数梦，梦中迷迷糊糊地想到引入直角坐标系的方法。第二天，也即是11月10日清晨，醒后立即将梦中所得加以整理，终于创造了解析几何学，笛卡儿获得了成功，但他酝酿时间为1617~1619年约为两年的时间。

法国著名数学家庞加莱在谈到他发现富克斯函数的变换方法时回忆说：“1880年有一次我离开当时居住的卡昂（Caen）去作一次由矿业学校主办的地质考察旅行。旅途的奔波使我忘掉了我的数学工作，抵达库特塞斯（Coutances）后，我们乘公共马车到各处去转转，正当我跨上踏板的瞬间，脑子里突然出现了一个想法，即我曾用来定义富克斯函数的诸变换跟非欧几何中的诸变换是一致的。”庞加莱回到住址后，马上把这一结果加以证明。这是在长时间紧张工作之后，思想放松时灵感的突然闪现，是经过了约一年时间的苦思之后才获得成功的。

被称为数学王子的高斯为证明某一算术定理，曾苦思冥想达两年之久，后来突然得到一个想法，使他获得成功。高斯回

忆说：“终于在两天前我成功了……像闪电一样，谜一下解开了。我自己也说不清楚是什么导线把原先的知识和我成功的东西连接起来。”尽管解开这个谜的想法是突然来的，但高斯本人经过两年的艰苦努力才为这个成功的到来作好了准备。

英国数学家哈密顿为推广复数  $(a, b)$ ，试图建立三元数  $(a, b, c)$ ，结果失败了。为此，哈密顿长期为这个问题所困扰，究竟该怎样推广二元数  $(a, b)$  呢？10 余年来，他一直不放弃对这一课题的研究，一直在冥思苦想。直到 1843 年，突然灵感涌现：放弃将  $(a, b)$  推广到三元数  $(a, b, c)$  的想法，而推广到四元数  $(a, b, c, d) = a + bi + cj + dk$  的形式，四元数诞生了。后来哈密顿回忆发现四元数的经过时说：“明天是四元数的第 15 个生日。1843 年 10 月 16 日，当我和妻子步行到都柏林途中，来到勃洛翰桥的时候，它们就来到了人间，或者说出生了，发育成熟了。此时的我感到思想的电路接通了，而从中落下的火花就是  $i, j, k$  之间的基本方程。我当场抽出了笔记本，将这些做了记录。智力应该缓口气了，它已经纠缠我至少 15 年了！”

由以上对四位数学家数学灵感的出现而导致数学发现的描述，可以看出这种在长时期持续劳动后的某时刻出现的“突然领悟”是一种非逻辑的高层次的创造活动，亦即灵感思维活动。

灵感是不能靠偶然的机遇、守株待兔式的消极等待可以得到的。必须是执著追求、锲而不舍、百折不挠，才能有成功的一天。所谓“触景生情”、“灵机一动”、“眉头一皱，计上心来”，都是经过长期坚持不懈地创造性劳动而“偶然得之”的。巴斯加说：“机遇只偏爱有准备的头脑。”恰恰道出了此中的真谛。