第1章
感官与直觉的失败

感官知觉乃感官迷惑。

笛卡儿

关于外部世界我们能知道什么这个问题，尽管有贝克莱的否认，休谟的限制，以及赫拉克利特、柏拉图、康德和穆勒的保留态度，物理学家和数学家还是相信有一个外部世界存在。他们会论证说，即使人类突然被毁灭，外部的或物理的世界将继续存在。当森林中一棵树轰然倒地，即使无人在场听见，也有声音产生。我们有五种感觉——视觉、听觉、触觉、味觉和嗅觉——每一种都不断地从这外部世界接受信息。不管我们的感觉是否可靠，我们的确是从外部的源头获得信息的。

出于实用的理由，譬如说保持生存或可能改善在外部世界中的生活，关于这个世界我们当然想知道得尽可能地多。我们必须区分陆地和海洋，栽种食物，建筑避身处，保护自己免受野兽之害。为什么我们不能依赖于感官来达到这些目的？原始文明已做到了这一点。然而，正如对于心灵纯洁的人来说世界是

纯洁的，对于头脑简单的人来说世界是简单的。

为力图改善我们的物质生活，我们被迫扩展关于外部世界的知识。这样我们必然将感官用到极限。不幸的是，对我们来说，感官不仅是有限的而且具有欺骗性。只相信感官甚至可导致灾难。我们来留意一下这些限制。

在五种感觉中，视觉也许是最有价值的。我们先来检验一下在多大程度上我们可依赖于视觉。我们以几个例子开始。多年来，许多具有欺骗性的图形被有意构造出来以显示眼睛的限度。事实上，19 世纪的物理学家和天文学家对于视觉错觉非常有兴趣，因为他们担心视觉观察可能靠不住。威尔海姆·冯特(Wilhelm Wundt)是著名生理学家、外科医生，而且是科学家赫尔曼·冯·赫尔姆霍兹(Hermann von Helmholtz, 1821—1894)的助手，他设计了图 1。尽管竖直线和水平线等长，却会产生前者比后者长的错觉。这种错觉可颠倒过来。在图 2 中，高度与宽度看起来相等，实际上宽度更大。

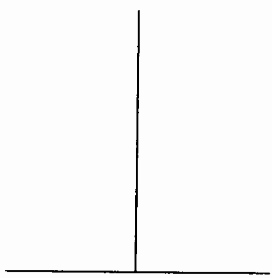

图 1

图 2

图 3 是由弗兰茨·缪勒-吕耶(Franz Müller-Lyer)于 1899 年设计的，人们称之为恩斯特·马赫(Ernst Mach)错觉。两段水平线实际上等长。

在图 4 中的点实际上在水平线段的中央。上面这两个错觉都是由角造成的。

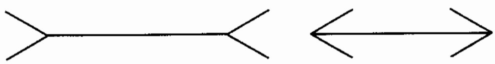

图 3

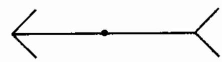

图 4

在图 5 中，下面图形的上水平线段看起来比上面图形的上水平线段要短。实际上很难相信下面图形的水平最大宽度和其最大高度相等。

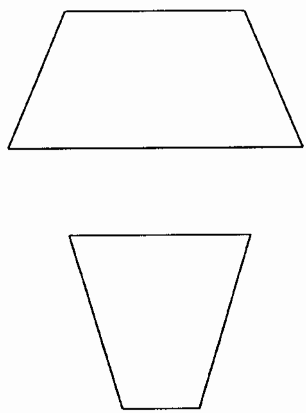

图 5

图 6 显示了受角影响的一个显著的错觉。两个平行四边形的对角线 AB 和 AC 长度相等，但右边的对角线看起来短很多。

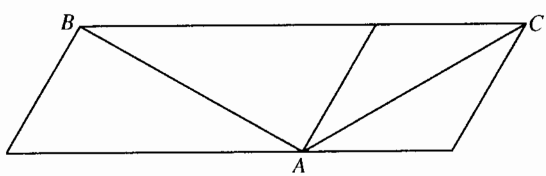

图 6

像在图 7 中那样，如果斜线和竖直线交叉，错觉非常鲜明。右边的斜线如果延长将会和左边斜线的顶端相交；然而，看起来的交点要比顶端低一点。这一著名的错觉图是由约翰·刨根道夫(Johann P. Poggendorf，大约在 1860 年)设计的。

在图 8 中，三条水平线段长度相等，不过看起来不相等。这种错觉主要是由两端的角度造成的。在一定的限度内，角度越大，中间的水平线段看起来越长。

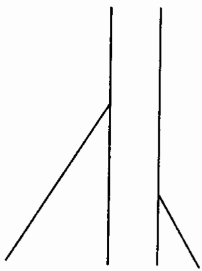

图 7

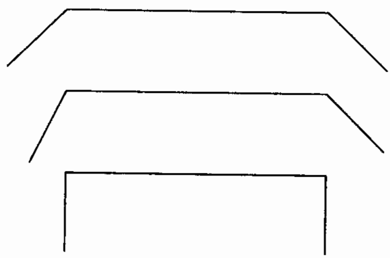

图 8

图 9 显示了一种显著的对比错觉。两个图形中中间的圆大小相等，然而为大圆所包围的看起来比为小圆所包围的要小。

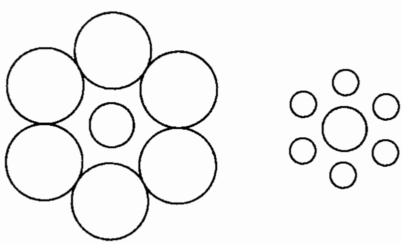

图 9

另一种机制据信在缪勒-吕耶错觉中起作用。图 10 中左边的图形中，竖直线 A 两端的水平线被解释为相交的两堵墙的上下边缘。在这种情况下，竖直线被解释为实际情形中的前景。图 10 右边的图形中的水平线也被解释为墙的边缘，但在这种情况下，它们看起来会聚于一个内角。结果竖直线 B 被解释为在背景中。

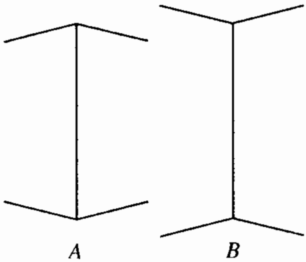

图 10

图 11 和图 12 中的错觉首先由约翰 · Z · 茨尔纳(Johann Z. Zöllner)描述。茨尔纳偶然地发现衣料图案上的错觉。图 11 中的长平行线看起来逐渐远离，而图 12 中的长平行线看起来逐渐趋近。

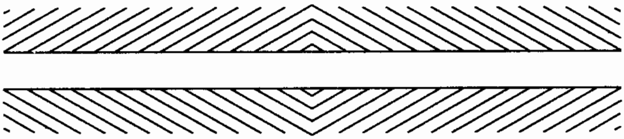

图 11

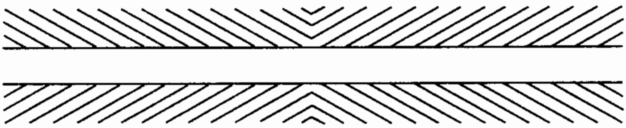

图 12

图 13 中的海灵(Hering)错觉由易沃德 · 海灵发布于 1861 年。受会聚的斜线影响，水平直线获得了弯曲的错觉。

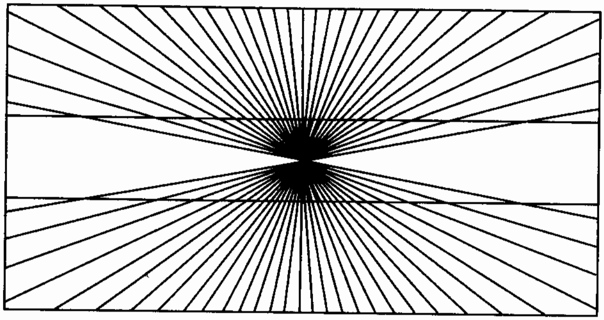

图 13

视觉的不可靠可由另一个例子显示，这是由 S·陶兰斯基(S. Tolansky)教授设计的。图 14 常用于统计研究。图中的基线 CD 的长度和图形的高度相等。此外，当要求一观察者画一条长度等于基线一半的线来切割图形时，几乎可以肯定选取线段 AB，而正确的选择却是 XY。

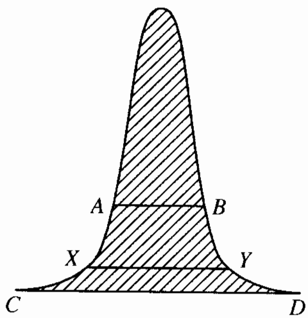

图 14

我们都很熟悉一种刻意并相当有技巧地作出的错觉，那就是有真实感的绘画。逼真绘画的意图是在平的或者说二维的画布上显示三维的场景。文艺复兴时代的画家的伟大成就之一就是设计了一种数学图式，即线性透视，来取得希求的错觉。

一些简单的线性透视错觉的例子在我们的日常生活中也处处可见。包含在这些例子和线性透视理论中的原理是，实际场景中直接远离观察者的线必须看起来在远处的某一点相交，这一点叫消失点。一个简单的例子是两条平行的铁路线看起来在远处某一点相交(图 15)。

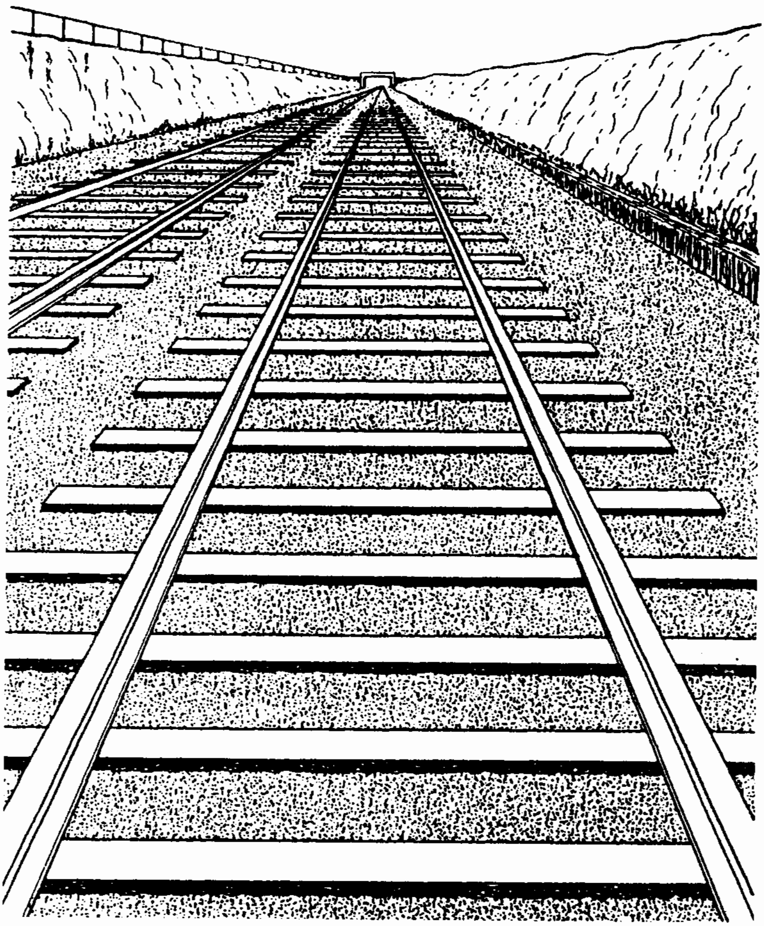

图 15

透视的影响在图 16 中尤其明显，这里通常的透视线已划出以显示一个场景。那些高的盒形物长宽高完全相等，但远处的一个显得更大些。因为经验期待随着距离的增加物体大小会减小，这就使得图 16 中右边的盒形物看起来比实际上要大。

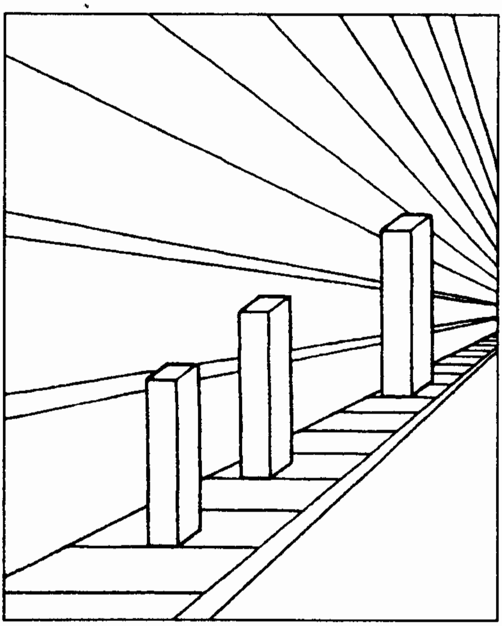

图 16

当我们观赏逼真的绘画时，我们让自己受欺骗甚至享受这种欺骗。这种绘画必然是二维的，但如果它们是根据线性数学透视来画的，我们就会相信自己是在观看一个三维场景。拉斐尔的《雅典学院》（图 17）就是一个很好的例子。

图 17

当然,线性透视的数学体系利用了视觉错觉。要想使人或物显得比前景中的人或物远一些,就画得小一些,这符合人眼观看事物的方式。艺术家利用了另一种视觉效果:远处的对象会损失强度和亮度。

我们的日常经验中还有另外的视觉错觉。当太阳和月亮在地平线上时会显得比在头顶正上时大,因为我们无意识地考虑到自己的信念——当太阳和月亮在地平线上时离我们更近些。精确的测量当然显示它们的大小保持不变。

如果我们将月亮的直径作为弦,来测量它在眼睛上所对的角,将发现几乎正好是半度。因为整个半圆形的穹窿所对的角度是 180 度,月亮所对的角度只是它的 1/360。按比例算来,月亮所占的面积小得让人吃惊,只是整个穹隆的 1/100 000。但是如果我们考虑到整个月亮是一个多么引人注目的对象,就很难

理解它在天空中所占的面积是那么小。

一些其他的错觉涉及光的折射或者说弯曲。我们都注意到部分浸在水中的棍看起来是弯的，弯曲处在水面上。

自古代就引起了人们注意的一种空气折射现象是海市蜃楼，这种现象的产生是由于太阳热量造成的空气密度不均匀，再加上全反射效果。当一个人在炎热的夏日行走在一条又长又直又平的路上时，一种简单的海市蜃楼就产生了，多数人都熟悉这一点。路的正前方看起来为水所覆盖，然而继续前行就会发现路很干。我们来考虑一下什么原因引起了这种效果。

只有当路面被太阳照射得非常热时，这种效果才会出现。这时与路接触的空气变热，密度变小，因而不断地上升。结果底部的光折射比上层的要小。让我们设想，像在图 18 中那样，有一系列的密度不同的空气层。光线经过这些空气层，从接近地面的底部到达我们的眼睛。结果，观察者看见了从空中 A 点所来的光，但它看起来像是来自 B。如果地面上有一汪水的话，这正是所发生的情况，因为在有水的地面上我们会看到天空中光线的反射。道路变热的效果导致了一种貌似反射的现象，而这种反射我们总与路上的水联系在一起。我们被愚弄了，误认为路实际上是湿的。

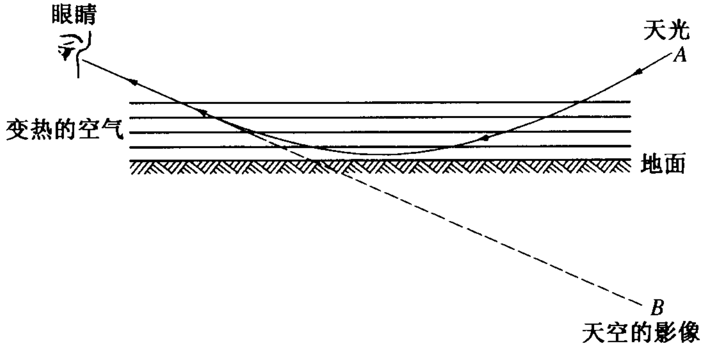

图 18

我们所考察的多数错觉是由心理学家有意设计的，但无需借助于设计的图形就可以理解我们的视觉总是在出错，而这是情有可原的。因为大气层中光的折射或者说弯曲，甚至当太阳低于地平线时也可见。大地看起来是平的，而太阳看起来在围绕貌似静止并不转动的大地转动。设想太阳高高在天，对于这个问题"你现在看见太阳吗?"我们会立即回答是的。然而太阳光需经过 8 分钟才到达我们，在这 8 分钟中，太阳也可能会爆炸。当太阳接近地平面时，看起来不像圆盘，上下边缘有点平，竖向的直径看起来短一些。光线经过大气层时的弯曲造成了这种现象。而星星，因为是那样遥远，看起来像是小光粒。

视觉失真常叫做错觉，但错觉有许多不同的形式。颜色通过三种渠道从视网膜传到大脑。有三种颜色感受器(视锥)，每一种对三原色(红、绿、蓝)的一种敏感。白光激活所有三种颜色渠道。每一物体都吸收一些光线而反射另外的光线。白色的物体反射所有的光线。那么一张褐色的桌子是否实际上是褐色的呢？在一个灯火通明的房间里烛焰看起来很暗，而在一个黑暗的房间里看起来很亮。一块木头看起来是实心的，但实际上是由原子间的作用力结合起来的原子集合。硬度并不是连续实体的硬度。

还有其他感觉的失真：温度、味觉、音响或音高以及物体看起来的运动速度。我们来看看温度错觉。将一只手浸在一盆热水中，另一只浸在冷水中。几分钟后，将两只手都浸在同一盆温水中。尽管两只手现在都浸在温水中，但在热水中浸过的手感到冷，而另一只手感到热。如果一只手浸在水中，慢慢加热或降温使得温度的变化感觉不到，那只手能够适应变化的温度，这是很有趣的现象。

味觉也容易受一些错觉的影响。甜饮料尝起来会慢慢变得

不那么甜了。将浓度很高的糖溶液放在口中几秒钟，然后再尝尝淡水，将会明显地感到咸味。

对于速度的判断失误也很常见。在高速公路上持续疾驰半小时后，一辆车以一小时 30 英里的速度运行会显得慢得可笑。车站里的两辆火车会提供非常常见的错觉。如果你乘坐的火车是静止的而另一辆火车在运行，你很容易上当，错以为你乘坐的火车也在运行。

有些失真是由于感觉接受器疲劳或适应了长时间或强烈的刺激而引起的。这可发生在任一种感觉上，可导致相当大的失真。重量错觉就是一例。负载一重物几分钟后，任何比它轻得多的东西都会显得比其实际重量轻很多。

除了那些我们在其中能感觉到物理客体或事件的错觉，我们还必须考虑到我们的感觉是有限度的。正常的人耳能听得见的声音的频率是大约 20 到 20 000 赫兹。正常的人眼能接受的光的波长是从一英寸的 1 600 万分之一到 3 200 万分之一。然而无论是声音还是光(严格地说，后者是电磁波)都是存在的，虽远远超出我们的感官所能及的范围之外，却是物理上实在的。即使白光也不是白色的，而是如牛顿所证明的，是许多不同频率的光的复合。眼睛只是记录了这个复合。事实上，物理世界本来没有颜色。正如歌德所言，颜色乃是我们所见。

我们永不能直接知觉一物理客体，我们所知觉的只是感觉资料。不管客观实在能否为我们的能力所及，我们的感官在呈现的总是不是客观实在的忠实影像，而是人与实在之间关系的影像。

然而，人类宣称，除了感官，我们还拥有确实可靠的直觉。让我们来看看人类的直觉有多可靠。

假设某人以每小时 60 英里的速度驾车从纽约城到水牛城

(相距 400 英里),然后又以每小时 30 英里的速度返回。平均速度是多少? 几乎可以肯定直觉会告诉我们,平均速度是每小时 45 英里。正确的答案是通过总距离除以总时间得到的,大约每小时 40 英里。

让我们再来考察备受推崇的直觉能力的一些实例。假设我们以百分之 i 的复利在银行里存上 P 美元钱,存在那里直到总数加倍。让我们再假设 n 年后就加了倍。如果某人以同样的利率存上 $2P$ 美元,似乎有理由认为将在少于 n 年的时间里加倍。实际上 P 和 $2P$ 加倍需要同样多的年数。

假设一人在水流速度为每小时 3 英里的河里溯流划行了 2 英里又顺流划行了 2 英里。假设此人在静止的水中每小时能够划行 5 英里,他的整个行程需要多长时间? 直觉显示着,水流在顺流时的助益会和溯流时的阻碍抵消。因而此人是以每小时 5 英里的速度划行 4 英里,而总时间将是 4/5 小时。实际上直觉错了,总时间是 $1\frac{1}{4}$ 小时。

假设一人在 1 夸脱杜松子酒中加上 1 夸脱苦艾酒来做可口的马提尼酒。人们可能会期待得到 2 夸脱马提尼。正确的答案是一又 9/10 夸脱,这当然是直觉捕捉不到的。同样,5 品脱的水加上 7 品脱的酒精也得不到 12 品脱的混合物。在这两种情况下有分子的结合发生。

让我们来考察时间问题。我们能够谈论某一给定的秒后的下一秒。一秒钟只是时间的延续。直觉告诉我们紧接着某一给定的刹那有一刹那。我们用刹那来表示没有时间延续,例如当钟表报时一点时的一刹那。但是考察一下伊利亚的芝诺(Zeno of Elea,公元前 5 世纪)提出的悖论。飞行中的箭在任一刹那位于一位置,而在下一刹那位于另一位置,箭怎么会有时间到达下

一位置?

我们再来考察与此相关的另一时间问题。钟表在 5 秒钟中响了 6 声,响 12 声需要多长时间? 看起来似乎是 10 秒钟。然而,在 6 响中有 5 个间隔,在 12 响中有 11 个间隔。因而正确的答案是 11,而不是 10。

我们再来考察直觉失败的另一些实例。两长方形有同样的周长,它们必有同样的面积吗? 看起来似乎是。然而稍加运算就会知道情形并不如此。那么,在具有同样周长的所有长方形中,哪一个面积最大? 如果我们要用栅栏围起一长方形的土地,用此地来种植,面积最大的长方形是最需要的。答案是正方形。

一个相关的问题是两个同样体积的盒子。一个盒子六面的总面积一定和另一个的总面积相等吗? 假设每一个盒子的体积是 100 立方英尺。长宽高可以是 50、1、2 英尺,也可以是 5、5、4 英尺。而表面积分别是 204、130 平方英尺。很清楚,差异大得惊人。

直觉失败的另一例证是一年轻人在两份工作中作选择。每一份工作的底薪都是年薪1 800美元。但第一份每年加薪 200 美元,而第二份每半年加薪 50 美元。选哪一份工作呢? 人们也许会认为答案是明显的。每年加薪 200 美元看起来比每年似乎总共加薪 100 美元要好。不过我们来作点运算,考虑每隔六个月每份工作的薪金。第一份工作的薪金分别是 900、900、1 000、1 000、1 100、1 100、1 200、1 200……每半年加薪 50 美元的第二份工作的薪金分别是 900、950、1 000、1 050、1 100、1 150、1 200、1 250……

从两列薪金的对比中清楚可见,第二份工作在每年的后半年有更好的收入,而在前半年和第一份工作收入相同。第二份

工作更好。运用数学更容易明白为什么第二份工作更好。每半年加薪 50 美元意味着薪金将以每六个月 50 美元的变化率或者每年 100 美元的变化率提高，因为收益者将每六个月多得 50 美元。从而每年两次这样的增加与一次以每年 200 美元的变化率增加相等。至此两份工作似乎同样好。然而，第二份工作中增加从第一个半年开始，而第一份工作中直到一年后才开始增加。因而第二份工作的薪金将在每年的后半年更多。

我们来考虑另一个简单的问题。假设一商人卖苹果五美分两个，卖橘子五美分三个。每次卖时不得不做大量的计算使他有点不耐烦，他决定把苹果和橘子混在一起，以 10 美分的价格卖任五个水果。这个举动似乎是合理的，因为如果他卖了两个苹果三个橘子，他正好卖了五个水果得到 10 美分。现在他可以每个水果收两美分，每次卖时他的数学计算就简单了。

这个商人是在欺骗自己。为快速检验，我们假设他有一打苹果和一打橘子要卖。如果他按五美分两个的正常价格卖苹果，卖掉一打将得到 30 美分。如果他按五美分三个的价格卖橘子，卖掉一打将得到 20 美分。他的总收益是 50 美分。然而，如果他以十美分五个的价格卖掉 24 个水果，每个他得到两美分，总共 48 美分。

损失归咎于这商人的错误推理。他认定苹果和橘子的平均价格应是每个两美分。然而，每个苹果的平均价格是 $2\frac{1}{2}$ 美分，每个橘子的平均价格是 $1\frac{2}{3}$ 美分。两者的平均价格是 $2\frac{1}{12}$ 美分，而不是两美分。

接下来我们来考虑另一种常见的错误直觉。假设我们有一圆形的花园，半径为 10 英尺。我们想建一栅栏保护花园，栅栏

在每一点上都要超出花园边界1英尺。栅栏比花园本身的周长长多少？答案很容易得到。花园的周长可由一几何学公式给出，公式是周长等于半径的 2π 倍，π 大约等于22/7。因而花园的周长是 $2\pi\times10$。栅栏超出花园1英尺的条件意味着栅栏的半径应是11英尺。因而栅栏的长度是 $2\pi\times11$。两者周长的差是 $22\pi-20\pi$ 即 2π。所以，栅栏应比花园的周长长 2π 英尺。到此为止没有什么特别的。

现在我们来考虑一个相关的问题。假设我们要建造一条围绕地球的公路——这对于现代的工程师来说是小事一桩——并且要求全程公路高于地球表面一英尺。公路比地球的周长长多少？在计算数值之前让我们运用自己的直觉至少来估算一下。地球的半径大约是4 000英里即21 120 000英尺。既然这半径大约是上述花园半径的200万倍，我们可能会预期公路的额外长度应是围绕花园的栅栏的额外长度的200万倍。后者的数值恰好是 2π 英尺。因而对公路额外长度的直觉推算似乎会得到数值 $2\,000\,000\times2\pi$ 英尺。不管你是否同意这种推算，几乎可以肯定你会估算公路的长度将比地球的周长大得多。

运用一点数学就会知道真实情形。为避免计算大数字，我们设地球的半径为 r，则地球的周长为 $2\pi r$。公路的周长或者说长度为 $2\pi(r+1)$。后者等于 $2\pi r+2\pi$。因而公路长度和地球周长的差恰好是 2π 英尺，正好和栅栏长度与花园周长的差相等，虽然公路围绕巨大的地球而栅栏是围绕小小的花园。事实上，数学能告诉我们更多。不管 r 的值是多少，差 $2\pi(r+1)-2\pi r$ 总是 2π。这意味着，如果外圆在每一点上距内圆一英尺，外圆的周长总是比内圆的周长恰好大 2π。

在许多其他的情况中，直觉会发生失误。一个距一棵树有一段距离的人注意到一只苹果要落下，想用来复枪子弹击中苹

果。他知道当子弹到达苹果时，苹果已落下一段距离。那么他应当瞄准低于苹果的某点以击中它吗？不，他应该瞄准苹果开火。因为在子弹飞行过程中，苹果和子弹都落下同样的距离。

作为直觉易于发生错误的最后一个例子，让我们假定在一次网球联赛中，有 136 名参赛者，组织者想安排最小数量的比赛选出获胜者。他需要安排多少场？直觉似乎是无用的。答案是 135 场。因为每个竞争者必须被击败一次，而一旦被击败就被排除。

为什么我们易于产生感官错觉和错误直觉？对各种感觉器官的生理机制进行考察就能揭示感官错觉。就我们的目的来说，我们需要知道的只是，人的感觉器官和大脑是复杂的。至于直觉，实际上是经验、感官印象和粗略猜想的结合；至多能说是浓缩的经验。随后的分析或实验会证实或反驳它。直觉曾被描述为只是根植于心理惰性的习惯力量。

当我们谈论知觉上确定的东西时，我们预设了知觉和知觉者的分离。但这是不可能的，因为没有知觉者就不会有知觉。那么什么是客观的？我们也许会天真地以为所有的知觉者都同意的就是客观的。有一个太阳和一个月亮，太阳是黄的，月亮是蓝的。

赫尔姆霍兹(Helmholtz)在其《生理光学手册》(*The Handbook of Physiological Optics*, 1896)中写道：

> 很容易看出，我们归于它们(外部世界的客体)的所有性质，只是表示它们在我们的感官上或者在其他外部客体上产生的效果。颜色、声音、味道、气味、温度、平滑和质实属于第一类，它们表示在我们的感觉器官上产生的效果。同样，化学性质与反应有关，即与所研究的自然客体在其他自然客体上作用的效果有关。物体的物理性质如光学的、

电学的、磁学的性质也是这样。由此可以推出，事实上自然界中客体的性质，并不如其名称显示的那样属于客体自身，而总是表示和另一个物体的（包括我们的感觉器官）的关系。

避免错觉和错误的直觉，我们应求助于什么？最有效的答案是运用数学。这如何有效还有待于考察。我们主要关心的是要表明，我们的物理世界中有一些现象和我们通过感官知觉到的现象一样实在，不过是超感觉的或者根本不能知觉；并且事实上在当今的文化中我们利用和依赖这些超感觉的实在现象，至少和我们依赖于感官知觉一样，甚至有过于依赖感官知觉。这并不是说数学不利用知觉和直觉作为自己发展的提示。然而，数学超越了这些提示，正如金刚石超越了玻璃。关于我们的物理世界，数学所揭示的远比苍穹的奇观更令人惊异。